

# Representation theory of non-compact quantum group $U_q(\mathfrak{su}(1,1))$

著者	Matsuzaki Takaho
内容記述	Thesis (Ph.D. in Physics)--University of Tsukuba, (A), no. 1224, 1994.3.25
発行年	1994
URL	<a href="http://hdl.handle.net/2241/4265">http://hdl.handle.net/2241/4265</a>

氏 名(本 籍)	まつ ざき たか ほ 松 崎 高 穂 (茨 城 県)
学 位 の 種 類	博 士 (物 理 学)
学 位 記 番 号	博 甲 第 1,224 号
学 位 授 与 年 月 日	平 成 6 年 3 月 25 日
学 位 授 与 の 要 件	学 位 規 則 第 5 条 第 1 項 該 当
審 査 研 究 科	物 理 学 研 究 科
学 位 論 文 題 目	Representation Theory of Non-Compact Quantum Group $U_q(su(1,1))$ (非コンパクト量子群 $U_q(su(1,1))$ の表現論)
主 査	筑波大学教授 理学博士 岩 崎 洋 一
副 査	筑波大学教授 理学博士 宇 川 彰
副 査	筑波大学助教授 理学博士 梁 成 吉
副 査	筑波大学講師 理学博士 小 林 庸 浩

## 論 文 の 要 旨

素粒子物理学における超弦理論の研究の進展に伴い、近年、2次元量子可積分場の理論や2次元共形場の理論が注目を浴びている。2次元可積分場の理論のもつ共通の代数構造として量子群の存在が認識されている。この論文では、非コンパクト量子群  $U_q(su(1,1))$  の表現論を調べ、とくに、ユニタリ条件のもとで許される既約表現の構造を明らかにした。

超弦理論では素粒子は点ではなく1次元的な弦とみなされる。弦が時空内を運動したとき2次元の世界面を張るので、弦理論は2次元の場の理論として定式化できる。これが共形場の理論である。共形場の理論の重要な特徴は理論の対称性として無限次元代数をもつことである。その代表例がピラソロ代数である。一般の有理型共形場の理論では、ピラソロ代数を含む拡張されたカイラル代数が存在し、理論のスペクトルをカイラル代数の表現論として取り扱うことができる。この表現空間に量子群が作用していることが次第に明らかにされてきた。

有理型共形場の理論に現れる量子群は、専らコンパクトな量子群である。しかし最近では2次元ブラックホールを記述する場合等で、非有理型共形場の理論が重要である。このとき、非コンパクトな量子群が重要な役割を果たすと期待される。そこで、この論文では非コンパクト量子群  $U_q(su(1,1))$  の表現論を詳しく調べた。

まず量子群の変形パラメータ  $q$  が1の中根の場合の表現論を調べた。その結果、ユニタリ既約な最高ウェイト表現を陽に構成してみせ、そのような表現がいわゆる離散表現として特徴づけられることを証明した。さらに、この既約表現を詳細に解析することにより、ユニタリ既約表現が、古典的  $su(1,1)$  代数とコンパクトな量子群  $U_q(su(2))$  のユニタリ既約な最高ウェイト表現のテンソル積と同型になっ

ていることを見い出した。

次に  $q$  が 1 の巾根でない場合の表現論を考察した。ここでは  $U_q(su(1,1))$  が通常のピラソロ代数の部分代数である  $su(1,1)$  の  $g$ -変形であることに着目し、 $q$ -変形準プライマリー場の空間上で表現論を展開した。さらに  $U_q(su(1,1))$  の対称性からウォード恒等式を導き、準プライマリー場の 2 点および 3 点相関関数を決定することが出来た。

## 審 査 の 要 旨

2次元共形場の理論は、現在、物理学者、数学者によって活発に研究されている。共形場の理論に内在する量子群対称性は基本的な研究課題のひとつである。そこで著者は今まであまり詳しく調べられていなかった非コンパクト量子群  $U_q(su(1,1))$  に注目し、その表現論を展開してみせた。とりわけ  $q$  が 1 の巾根の場合が重要であり、その場合のユニタリ既約な最高ウェイト表現を分類することができた。これは新しい結果である。さらにユニタリ既約表現空間の構造から  $U_q(su(1,1))$  の対称性が非コンパクトな古典的  $su(1,1)$  対称性とコンパクトな量子的  $U_q(su(2))$  対称性の半直積に同型であることを示した。この結果は  $q$ -変形がコンパクト部分にのみ影響を及ぼし、非コンパクト性は本質的に古典的部分から現れることを示唆しており大変興味深い。

以上、著者によって得られた結果は非コンパクト量子群  $U_q(su(1,1))$  について新しい知見を与えるものであり、当該分野に寄与するところが大きいと考えられる。

よって、著者は博士（物理学）の学位を受けるのに十分な資格を有するものと認める。